

制御系に低感度な最小動力学パラメータの確率的同定

Stochastic Identification of Minimum Set of Dynamics Parameters that has Small Sensitivity for Control System

○学 渡邊和喜 (東工大) 正 舛屋 賢 (東工大) 正 岡田昌史 (東工大)
 Kazuki WATANABE, Tokyo Institute of Technology, watanabe.k.ck@m.titech.ac.jp
 Ken MASUYA, Tokyo Institute of Technology, masuya.k.ab@m.titech.ac.jp
 Masafumi OKADA, Tokyo Institute of Technology, okada.m.aa@m.titech.ac.jp

Accurate identification of minimum set of dynamics parameters is required for high-precision or high-speed motion control of robots. Although the Least Mean Square method is generally used for the identification of these parameters, the identified values are not a consistent estimator because of errors included in the experimental data. Instead of considering these errors, this study regards that the minimum set of dynamics parameters fluctuates stochastically. Based on this idea, we propose a stochastic identification method to obtain identified values that have small effect on the control even when there is such fluctuation. The effect of minimum set of dynamics parameters on the control can be considered by calculating the sensitivity to the state equation including the controller. The simulation and experimental results show that the proposed method provides identified values that have small effect on the control.

Key Words: Parameter identification, Sensitivity analysis, Inverted pendulum, Vector field, Dynamical system

1 はじめに

ロボットを高速・高精度で制御するためには、動力学モデルに基づいたコントローラが用いられることが多く [1][2], その利用のためには質量や重心位置といった動力学パラメータを正確に把握する必要がある [3]. 動力学モデルから一意に同定可能な最小限のパラメータは最小動力学パラメータ [4] と呼ばれ, ロボットの運動方程式は最小動力学パラメータに関して線形な方程式となるため, この同定には一般に最小二乗法が用いられる. しかし, 角度データなどの観測量には雑音やモデル化されない動特性の影響などが含まれるため, 最小二乗法で同定される最小動力学パラメータには漸近バイアスが残り, 一致推定量にはならない [5]. このずれは得られた値に基づいてコントローラを設計した際に悪影響を及ぼすことがある.

一方で制御のためにコントローラを設計するとは, 動力学モデルに基づいて状態空間に制御の目的を達成する場を生成することであると言える [6]. 従って最小動力学パラメータが真値からずれていても, 得られる場が近ければ, 制御自体への影響は小さくなると思われる. この最小動力学パラメータのずれが場に与える影響は, ロボットの運動における感度解析 [7] が利用しやすい.

本研究では, 最小動力学パラメータは確率変数であると捉え, 設計された制御系が作る場への影響が小さくなるように, 実験データから最小動力学パラメータの同定を行う手法を提案する. 確率的に変動する最小動力学パラメータと場の関係は, 感度を用いて計算する. また, 提案法の有効性をシミュレーションと実験にて検証する.

2 感度を用いた制御に有利なパラメータ同定方法

2.1 最小動力学パラメータの最小二乗法による同定

ロボットの運動方程式が慣性行列 M , コリオリ力・遠心力・摩擦力項 C , 重力項 K を用いて,

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + K(\theta) = \mathbf{u} \quad (1)$$

と表されるとする. ただし, θ は一般化座標であり, \mathbf{u} は入力を表す. ここで, 最小動力学パラメータを並べたベクトルを \mathbf{p} とすると, 式 (1) は

$$A(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\mathbf{p} = \mathbf{b}(\mathbf{u}) \quad (2)$$

のように \mathbf{p} について線形な方程式に書き換えることができる [4]. 最小二乗法では, 実験によって多数得られるデータ

$(\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i, \mathbf{u}_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) から

$$A_i = A(\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i), \quad \mathbf{b}_i = \mathbf{b}(\mathbf{u}_i) \quad (3)$$

を構成し,

$$\mathbf{p} = A_{set}^{\#} \mathbf{B} \quad (4)$$

$$A_{set} = [A_1^T \ \dots \ A_N^T]^T, \quad \mathbf{B} = [\mathbf{b}_1^T \ \dots \ \mathbf{b}_N^T]^T \quad (5)$$

によって \mathbf{p} の最小二乗解を得る. ただし, $X^{\#}$ は行列 X の Moore-Penrose 型の一般化逆行列を意味し, ここでは X に相当する A_{set} が列フルランクなので $(X^T X)^{-1} X^T$ で定義される.

この最小二乗法によるパラメータ同定は,

$$A_i \mathbf{p} = \mathbf{b}_i + \mathbf{w}_i \quad (6)$$

となる平均 0 の白色雑音 \mathbf{w}_i を仮定し, 次の評価関数 J_p

$$J_p = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{w}_i\|^2 = \sum_{i=1}^N \|A_i \mathbf{p} - \mathbf{b}_i\|^2 \quad (7)$$

を最小にするパラメータを計算していることに相当する. しかし実際のロボットでは A_i の方にも誤差が含まれるため, 式 (4) で得られる \mathbf{p} は漸近バイアスを持ち, 真値には一致しない [5].

2.2 パラメータ変動を考慮した最小動力学パラメータの同定

本研究ではデータに誤差が含まれる理由を, \mathbf{p} が変動しているからであると考え. すなわち, 式 (2) を

$$A_i(\mathbf{p}_0 + \Delta \mathbf{p}_i) = \mathbf{b}_i \quad (8)$$

とする. ここで, \mathbf{p}_0 は \mathbf{p} の中心解であり, $\Delta \mathbf{p}_i$ はその確率的な変動分である. これを用いると, 実験データから得られる (A_i, \mathbf{b}_i) ($i = 1, 2, \dots, N$) について

$$A_{all} \mathbf{P} = \mathbf{B} \quad (9)$$

$$A_{all} = \begin{bmatrix} A_1 & A_1 & 0 & \dots & 0 \\ A_2 & 0 & A_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_N & 0 & 0 & \dots & A_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \Delta \mathbf{p}_1 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{p}_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

と書くことができる。\$A_{all}\$ は一般に行フルランクであるから、ベクトル \$\mathbf{P}\$ の一般解は任意ベクトル \$\boldsymbol{\alpha}\$ を用いて

$$\mathbf{P} = A_{all}^{\#} \mathbf{B} + A_{all}^{\perp} \boldsymbol{\alpha} \quad (11)$$

となる。\$A_{all}\$ は行フルランクなので \$A_{all}^{\#} = A_{all}^T (A_{all} A_{all}^T)^{-1}\$ であり、\$A_{all}^{\perp}\$ は、\$A_{all}\$ の零空間の基底を並べたものである。式 (11) のように、\$\mathbf{P}\$ は \$\boldsymbol{\alpha}\$ の次元だけ自由度を持つ。

2.3 制御のための場の感度の計算

最小動力学パラメータの変動 \$\Delta \mathbf{p}_i\$ が制御にどのように影響を及ぼすのかを考える。系の状態量を \$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta}^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}^T]^T\$ とし、本研究ではコントローラが時間によらず \$\mathbf{u}(\mathbf{p}_0, \mathbf{x})\$ と表される場合について考える。制御系設計において状態量 \$\mathbf{x}\$ は、運動方程式 (1) から得られる状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{p}_0, \mathbf{x}, \mathbf{u}(\mathbf{p}_0, \mathbf{x})) \quad (12)$$

が表す場にしがたって状態空間内を動くことが想定されている。従って、最小動力学パラメータの同定値である中心解 \$\mathbf{p}_0\$ に変動 \$\Delta \mathbf{p}\$ が加わっても、式 (12) による場の変動が小さければ、制御系はあまり影響を受けず、制御にとって有利な \$\mathbf{p}_0\$ であると言える。ここで \$\mathbf{p}_0\$ が \$\Delta \mathbf{p}\$ だけ変動したときの場 \$\dot{\mathbf{x}}\$ の変化 \$\Delta \dot{\mathbf{x}}\$ はテイラー展開の一次近似を用いて、

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}_0} \Delta \mathbf{p} \quad (13)$$

と表される。この \$\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{p}_0\$ は、\$\dot{\mathbf{x}}\$ の \$\Delta \mathbf{p}\$ に関する感度であり、これは \$\mathbf{p}_0\$ の場の変動へ及ぼす影響を表す微係数である。なおこの感度の計算において、コントローラ \$\mathbf{u}\$ に含まれる \$\mathbf{p}_0\$ はコントローラの設計に用いる値であるため、変動しない。この感度は \$\mathbf{x}\$ の関数であるため、状態空間内の全体に広がるように状態量の点 \$\mathbf{x}_j\$ (\$j = 1, 2, \dots, n\$) を取り

$$S_f = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}_0} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_1} \right)^T \quad \dots \quad \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{p}_0} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_n} \right)^T \right]^T \quad (14)$$

として場全体の感度 \$S_f\$ を考える必要がある。これを用いることで、最小動力学パラメータ \$\mathbf{p}_0\$ が \$\Delta \mathbf{p}\$ だけ変動したときの制御に用いる場全体の変動を表すベクトルを \$S_f \Delta \mathbf{p}\$ と表すことができる。

2.4 感度を用いた制御に有利なパラメータ同定手法

場全体の変動は、1つの \$\Delta \mathbf{p}\$ に対して計算されるので、式 (11) により実験データから \$N\$ 個の変動 \$\Delta \mathbf{p}_i\$ が計算されたら、その分、場全体の変動が得られる。この各データセットに対する場全体の変動の二乗和を評価関数 \$J_s\$

$$J_s = \sum_{i=1}^N \|S_f \Delta \mathbf{p}_i\|^2 \quad (15)$$

とし、これを最小にするように中心解 \$\mathbf{p}_0\$ と変動 \$\Delta \mathbf{p}_i\$ を求めれば、確率的に変動するパラメータに対して、制御の影響が少ないような \$\mathbf{p}_0\$ を求めることができる。この \$J_s\$ は \$\mathbf{P}\$ を用いて次のように表すことができる。

$$J_s = \|S_N \mathbf{P}\|^2 \quad (16)$$

ただし、\$S_N\$ は次のように表される行列である。

$$S_N = \begin{bmatrix} 0 & S_f & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & S_f & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & S_f \end{bmatrix} \quad (17)$$

この \$J_s\$ を最小にする式 (11) の \$\boldsymbol{\alpha}\$ は

$$\boldsymbol{\alpha} = - \left(S_N A_{all}^{\perp} \right)^{\#} S_N A_{all}^{\#} \mathbf{B} \quad (18)$$

で得られる。これを式 (11) に代入することで \$\mathbf{P}\$ が得られる。すなわち、この \$\mathbf{P}\$ は同定データから確率的に導出される変動 \$\Delta \mathbf{p}\$ があつた場合に、場全体の変動を最小にするような中心解 \$\mathbf{p}_0\$ と変動 \$\Delta \mathbf{p}_i\$ を表す。なお、この手法では場の感度 \$S_f\$ の計算に中心解 \$\mathbf{p}_0\$ の値が必要である。したがって、実際に同定を行う際には仮の \$\mathbf{p}_0\$ を用いて仮の感度 \$S_f\$ を計算し、式 (11)(18) を用いて中心解 \$\mathbf{p}_0\$ を同定、そしてこの \$\mathbf{p}_0\$ を用いて感度 \$S_f\$ を計算、式 (11)(18) を用いて \$\mathbf{p}_0\$ を同定することを繰り返す。この繰り返しにより \$\mathbf{p}_0\$ の変化が 0 になれば、正しい感度で考えた上で式 (15) を最小にするような \$\mathbf{P}\$ を求めることができる。

3 シミュレーションによる検証

3.1 評価方法

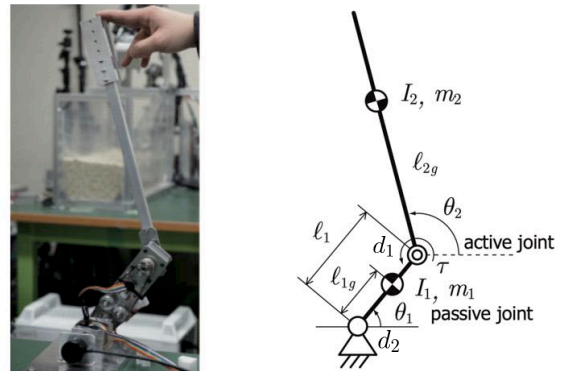
提案した式 (18) を用いることにより、場の変動が小さくなるような最小動力学パラメータ \$\mathbf{p}_0\$ が同定されることをシミュレーションにて検証する。場の変動は同定された値を用いて状態方程式によって計算される場と、真値を用いて計算される場の差によって求めることができる。最小動力学パラメータの同定値を用いて計算される場を \$\dot{\mathbf{x}}^I\$、真値を用いて計算される場を \$\dot{\mathbf{x}}^R\$ とし、これを制御に用いる場全体で二乗和を取った以下で与えられる \$J\$ を評価関数として使用する。

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\dot{\mathbf{x}}_i^R - \dot{\mathbf{x}}_i^I\|^2 \quad (19)$$

この評価関数は \$\dot{\mathbf{x}}_i^R - \dot{\mathbf{x}}_i^I\$ を \$\Delta \dot{\mathbf{x}}_i\$ と見れば、式 (13) の関係より、式 (15) の同定に用いた評価関数 \$J_s\$ と同一であり、この評価関数の値が小さければ場の変動が小さくなるような同定ができていくことになる。

3.2 検証に用いる制御対象とコントローラ

本研究では検証に図 1 の 2 重振子を対象として用いる。リンク 1 の質量を \$m_1\$、長さを \$\ell_1\$、絶対角度を \$\theta_1\$、重心まわりの慣性モーメントを \$I_1\$、回転軸から重心までの距離を \$\ell_{1g}\$、根元の関節部分での粘性係数を \$d_1\$ とし、リンク 2 に対しても同様に定義する。第 1 関節は受動対偶、第 2 関節は能動対偶でありその発生トルクを \$\tau\$ とする。



(a) Experimental system (b) Dynamical model

Fig.1 Experimental system and its dynamical model

重力加速度を \$g\$ として、\$g\$ と正確な計測が容易な \$\ell_1\$ は既知としたとき、最小動力学パラメータは、

$$\begin{aligned} p_1 &= I_1 + m_1 \ell_{1g}^2 + m_2 \ell_1^2, & p_2 &= I_2 + m_2 \ell_{2g}^2 \\ p_3 &= m_1 \ell_{1g} + m_2 \ell_1, & p_4 &= m_2 \ell_{2g} \\ p_5 &= d_1, & p_6 &= d_2 \end{aligned} \quad (20)$$

となる。\$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2]^T\$ とすると系の運動方程式は

$$M(\boldsymbol{\theta}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} + C(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + K(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (21)$$

得られる。運動方程式は最小動力学パラメータ

$$\mathbf{p} = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4 \quad p_5 \quad p_6]^T \quad (22)$$

に対して線形に、つまり式(2)の形にまとめることができる。また、 $\mathbf{x} = [\theta^T \quad \dot{\theta}^T]^T$ として、運動方程式(21)を \mathbf{x} について整理すると、状態方程式が得られる。2重振子の平衡点は $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ より

$$\dot{\theta}_1 = 0, \quad \dot{\theta}_2 = 0 \quad (23)$$

$$p_3 \cos \theta_1 + p_4 \cos \theta_2 = 0 \quad (24)$$

$$p_4 g \cos \theta_2 = \tau \quad (25)$$

となる。これらの式で表される平衡点の連続な集合が平衡多様体となる。コントローラとしてはこの平衡多様体への安定化を目標としたベクトル場を用いたコントローラを利用する[2]。このコントローラは平衡多様体近傍に定義された初期値から平衡多様体へ収束する軌道を多数用意し、これらの軌道上での状態量 \mathbf{x} とそのときのコントローラの出力 τ のセットを多項式関数によって近似することで設計される。なお、今回の検証では目標とする平衡多様体を θ_1 が80度から90度の範囲とした。

3.3 感度を用いた同定への拘束条件の追加

今回対象として利用する2重振子は、振子が平衡多様体上で安定化されるために式(23)(24)で表される条件式を厳密に満たす必要がある。そこで、今回の検証では式(23)のもとの式(24)を拘束条件として、同定に追加する。

まず、2重振子を下向きにたらし第二関節の角度を変えて曲げ、静止させた状態のデータを取る。これらのデータから、式(23)のもとの式(24)の p_3, p_4 が満たすべき条件を求める。この式が満たされることが拘束条件となるため、これを感度を用いた同定へ追加すれば良い。これは、式(10)の A_{all} の上に、式(24)の式を追加すればよく、これにより同定結果として用いる \mathbf{p}_0 は、式(24)で表される拘束条件を常に満たすことになる。

3.4 最小動力学パラメータの同定と場の比較

同定用のデータを得るために、図2(a)のようなフィードバックのない同定用入力データ τ を与え、このときの系の応答を計算し、角度データ (θ_1, θ_2) を得た。この応答を図2(b)に示す。次に τ と、 (θ_1, θ_2) に平均0の正規分布にしたがう誤差を加え、この角度データから、スプライン補間を用いて角速度と角加速度のデータを得て、式(3)のデータセットである (A_i, b_i) を求めた。このデータと拘束条件を表す式(24)から、式(20)の最小動力学パラメータ \mathbf{p} を同定した。与える誤差を変えながら100回行った。このとき真値として与えていたパラメータの値と、提案する同定手法、制約付き最小二乗法によって得られた同定値の平均値と標準偏差を表1に示す。なお提案法で場の感度の計算を行うときには、コントローラ設計で使用した軌道上に多数点を取り、それらの点での感度を計算し利用した。どちらの値も真値とは一致せず、標準偏差に有意性も見られない。

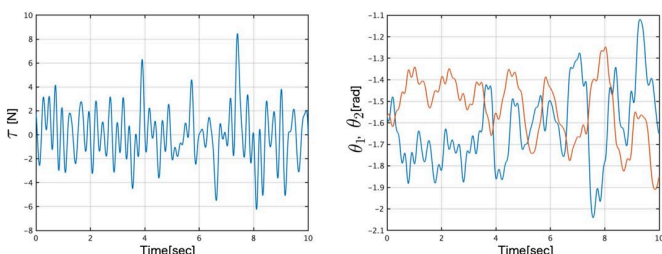


Fig.2 Simulation result.(a)Input value τ for identification. (b)Output θ_1 (blue), θ_2 (orange) when input for identification is added.

これらの同定値を用い、式(19)によって評価関数の計算を行った。このとき $\hat{\mathbf{x}}_i^T$ と $\hat{\mathbf{x}}_i^T$ は、場の感度を計算した点での値を計算

Table 1 True values of the parameters, mean and standard deviation (SD) using constrained proposed method and least mean squares (LMS) method.

	True	Mean (SD) by proposed	Mean (SD) by LMS
p_1	0.0120	0.0142 (0.6×10^{-4})	0.0138 (0.2×10^{-4})
p_2	0.0350	0.0394 (1.4×10^{-4})	0.0389 (0.7×10^{-4})
p_3	0.0850	0.0862 (3.1×10^{-4})	0.0857 (1.3×10^{-4})
p_4	0.1100	0.1115 (4.0×10^{-4})	0.1108 (1.7×10^{-4})
p_5	0.0010	-0.0009 (9.9×10^{-4})	0.0022 (1.3×10^{-4})
p_6	1.4000	1.3996 (5.6×10^{-4})	1.3979 (1.6×10^{-4})

し利用した。得られた評価関数の平均値と標準偏差を図3に示す。またこの結果に対し、有意水準5%で片側検定を行ったところ、 p 値が 9.3×10^{-24} となり、提案法の方が評価関数の値が有意に小さい、つまり提案法の方が有意に場が近づいていることが確かめられた。この結果から、提案手法により制御系を構成した際の場の変動が小さくなる最小動力学パラメータが得られていることが理解できる。

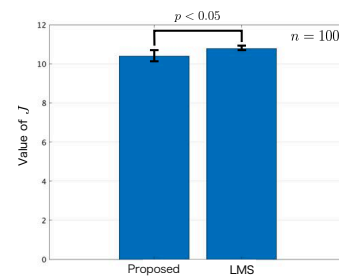


Fig.3 Mean and standard deviation of the evaluation function J with 100 simulations. Difference is assessed with one-side test with an alpha level of 0.05($p < 0.05$).

4 実験による検証

4.1 最小動力学パラメータの同定

実験では、図1(a)の2重振子を用いた。シミュレーションと同様に同定用のデータを入手し、そこから (A_i, b_i) を計算して \mathbf{p} を得た。また、この2重振子を下向きに垂らして第二関節を曲げ、静止させたデータを複数取り、最小二乗法により重心位置に関する拘束条件の式(24)を計算した。そして、この制約条件とデータセット (A_i, b_i) を用いて、制約付きの最小二乗法と提案法により、2重振子の最小動力学パラメータを同定した。このとき同定したパラメータの値を表2に示す。

4.2 場の平均化による評価

実験では最小動力学パラメータの真値は不明であるため、状態方程式から真の場を計算することができない。そこで実際に安定化制御を行ったデータから真の場を計算した。

まず、同定したパラメータの値から、平衡多様体への安定化を目標としたベクトル場を用いたコントローラを設計し、これを用いて安定化制御を行った。この結果を図4に示す。この図は実験開始から10秒間の状態量が描いた軌道を表している。なお、実際にはこの軌道は4次元空間内の軌道であるが3次元で表示している。実験では、最初に平衡多様体へ向けて大きく動いたあと、1点では静止せず平衡多様体近傍をゆっくりと周期的に動き続けていた。

Table 2 The parameter values identified by the constrained LMS method and the proposed method from the data obtained by the experiment.

	Proposed	LMS
p_1	0.0853	0.0791
p_2	0.2035	0.1865
p_3	0.3149	0.3023
p_4	0.3975	0.3816
p_5	-0.0041	-0.0546
p_6	1.1591	1.1760

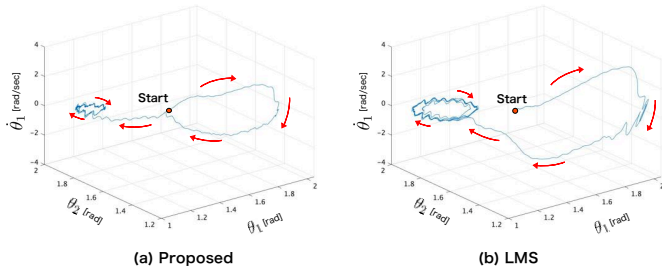


Fig.4 The trajectory of the stabilization control.

データ数が領域によって大きな偏りを持つため、場の平均化 [8] を行うことにより、実験で得られた場の近さを評価する。実験データからスプライン補間により計算し平均化した場を \hat{x}^p 、同じ点において状態方程式から計算し平均化したものを \hat{x}^t とし、式 (19) の評価関数 J の値を計算した。これら平均化した場を比較したものを図 5,6 に示す。評価関数の値は最小二乗法を用いてパラメータ同定を行ったとき $J = 20.2$ 、提案法を用いたとき $J = 13.7$ となった。この結果から、実験においても提案した同定法が最小二乗法よりも場が近くなるように同定を行っていることがわかる。この結果は図 5,6 の A で示される部分に大きく現れている。図 6 では、 Δp によって場が大きく変化し、応答が大きく変化している。

5 おわりに

本研究では、制御に有利な最小動力学パラメータの同定手法を提案し、シミュレーション、および、実験により有効性を検証した。以下に成果を示す。

1. ロボットの最小動力学パラメータの同定において、同定用データの誤差をパラメータの確率的変動と捉え、パラメータの同定値となる中心解と変動を計算する手法を提案した。
2. パラメータの変動には制御系を構成した際の場の変動が小さくなるよう感度に基づいた重み行列を用いた同定手法を提案した。
3. 提案手法の有効性を検証し、片側検定によって提案手法の有意性を示した。
4. 提案手法を用いることで場の変動が小さくなる最小動力学パラメータが得られることを実験により検証した。

参考文献

[1] Horibe, T. and Sakamoto, N., “Nonlinear Optimal Control for Swing Up and Stabilization of the Acrobot via Stable Manifold Approach: Theory and Experiment”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.27, No.6, pp.2374-2387,2019.

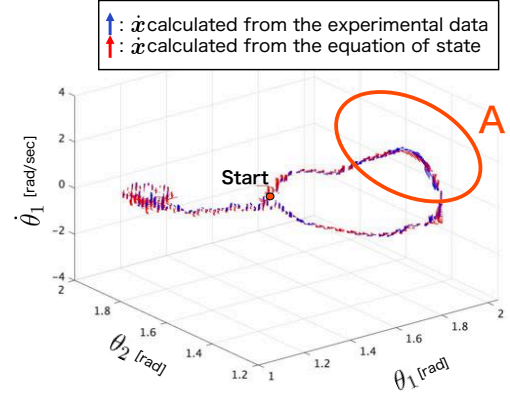


Fig.5 Averaged fields calculated from the experimental data(blue) and the equation of state(red) when the controller is designed using the identified parameters by the proposed method.

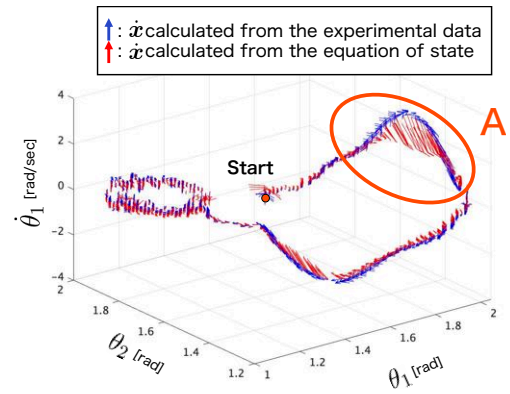


Fig.6 Averaged fields calculated from the experimental data(blue) and the equation of state(red) when the controller is designed using the identified parameters by the constrained LMS method.

[2] 岡田昌史, 岡本 裕, “ベクトル場を利用した倒立振子の平衡多様体への安定化コントローラ設計”, 日本機械学会論文集, Vol.86, No.884,p.19-00167,2020

[3] Mo, J., Shao, Z., Guan, L., Xie, F. and Tang, X., “Dynamic performance analysis of the X4 high-speed pick-and-place parallel robot”, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol.46,C,pp.48-57,2017.

[4] Khalil, W., Bennis, F. and Gautier, M., “The use of the generalized links to determine the minimum inertial parameters of robots”, Journal of Robotic System, Vol.7, No.2, pp.225-242, 1990.

[5] 和田 清, 奥 宏史, 田中秀幸, 大松 繁, “システム同定”, コロナ社, 2017.

[6] Koditscheck, D. E., “The application of total energy as a Lyapunov function for mechanical control systems”, Contemporary mathematics, vol. 97, pp.131-157, 1989.

[7] Okada, M. and Sekiguchi, T., “Throwing motion design based on minimum sensitivity with respect to error covariance of robot dynamic parameters”, Mechanical Engineering Journal, vol.8, No.1, p.20-00299, 2021.

[8] 岡田昌史, ユウ アレン, 舩屋 賢, “人間支援による車輪移動系の軌道収束制御”, 日本機械学会論文集, Vol.86, No.889, p.19-00268, 2020.